

2018/5/17

# الموضوع: المحاضرة الأخيرة نظرية

أرضان

بما أن  $n$  عدد طبيعي، ناقش صحة العبارة التالية:

إذا أصبح  $d$  جميع قواسم  $n$  الموجبة، فإن  $\frac{n}{d}$  يصبح جميع قواسم  $n$ .

نعم، إذا كان  $d$  قاسم لـ  $n$ ، فإن

$$d | n \Rightarrow n = d \cdot d_1$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{n}{d}$$

وبالتالي إذا أخذ  $d$  جميع قواسم  $n$ ، فمما  $d_1$  تصبح أيضاً جميع القواسم

ومن ثم يثبت.

مثال  
 $n=16$   
 $d \in \{1, 2, 4, 8, 16\}$   
 $\frac{n}{d} \in \{16, 8, 4, 2, 1\}$

$$\sum_{d|n} \varphi(d) = \sum_{\frac{n}{d}|n} \varphi\left(\frac{n}{d}\right)$$

مثال  $n=12$

$$d \in \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$\frac{n}{d} \in \{12, 6, 4, 3, 2, 1\}$$

فإن القيم المتساوية

من  $\varphi(d)$  إذا كان  $1, 2, n$  (عدد طبيعي) فإن

$$n = \sum_{d|n} \varphi(d) = \sum_{\frac{n}{d}|n} \varphi\left(\frac{n}{d}\right)$$

$$\begin{aligned} \varphi(12) &= \varphi(3) \cdot \varphi(4) \\ &= 2 \cdot 2 = 4 \\ \varphi(1) + \varphi(3) + \varphi(4) + \varphi(6) + \varphi(12) &= 1 + 2 + 2 + 2 + 4 = 12 \end{aligned}$$

أما مجموع قيم  $n$  أو  $n$  فيكون العدد  $n$  المربعية دائماً يساوي ذلك العدد  $n$ .

نوزع العدد  $n$  من 1 ←  $n$

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, n$$

في صفوف مع الترتيب التالي:

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15$$

$$S_3 = \{3, 6, 9, 12\}$$

(تلك من 3 إلى 12)

$$S_5 = \{5, 10\}$$

(تلك من 5 إلى 10)

$$S_4 = \{4\}$$

$$S_{15} = \{15\}$$

أما  $S_d$  تتألف فقط تتألف من العدد  $m$  إلى  $n$  الموزون  $n$  وأكبر من  $n$ .

$$1 \leq m \leq n$$

والجواب أن اشتراك  $n$  في  $d$  أي  $d$  في  $n$  عددها

$$d(m, n) = d$$

وهو

هذا هو الجواب

$$n = n_0 \cdot d \left\{ \begin{array}{l} m \in m_0 \cdot d \\ d(n_0, m_0) = d \end{array} \right.$$

أدبيات أخرى يقابل كل فئة لـ  $m$  فئة واحدة  $d$  وفئة واحدة  $m$ .  
 لتباين عدد عناصر كل مجموعة من  $S_d$  يساوي عدد الأعداد  $m$ .  
 المولية  $n = \frac{m}{d}$  والتي لا تتجاوز  $n$  أي أن عدد عناصر عدد الأعداد  
 المعجزة التي لا تتجاوز  $S_d = \frac{n}{d}$  والمولية  $n$  نفسها.  
 أي أن عدد عناصرها  
 ولما كان كل من الأعداد  $n$  هذه المجموعة ينتج  $n$  صنف واحد فقط. فإنتاجه  $n$  =

$$n = \sum \varphi\left(\frac{n}{d}\right) = \sum \varphi(d)$$

الأمثلة على مبرهنة

$$n=10 \quad 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$$

$$\{1, 2, 5, 10\}$$

مثال بسيط  
 قواسم  $n$  ع.  
 ولتكون المجموعات  $S_d$

$$S_1 = \{m: d(m, 10) = 1, 1 \leq m \leq 10\} \\ = \{1, 3, 7, 9\}$$

$$S_2 = \{m: d(m, 10) = 2, 1 \leq m \leq 10\} \\ = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$S_5 = \{m: d(m, 10) = 5, 1 \leq m \leq 10\} \\ = \{5\}$$

$$S_{10} = \{m: d(m, 10) = 10, 1 \leq m \leq 10\} \\ = \{10\}$$

عدد رتبة

أدبيات أخرى

$$|S_1| = 4 \\ \varphi\left(\frac{10}{1}\right) = \varphi(10) = 4$$

$$|S_2| = 4 \\ \varphi\left(\frac{10}{2}\right) = \varphi(5) = 4$$

$$|S_5| = 1 \\ \varphi\left(\frac{10}{5}\right) = \varphi(2) = 1$$

$$|S_{10}| = 1 \\ \varphi\left(\frac{10}{10}\right) = \varphi(1) = 1$$

$$\Rightarrow \text{ومن ثم يكون} \\ \varphi(1) + \varphi(2) + \varphi(5) + \varphi(10) = 10 \\ 1 + 4 + 4 + 1 = 10 \\ 10 = 10$$

المفاتيح:  $\sigma, \pi$ 

**تعريف:** الدالة  $\sigma$ : دالة حسابية تعيها عند العدد  $n$  تساوي عدد القواسم المربعة المنطقية للعدد  $n$  الصحيح للوجب.

$$\sigma(5) = 2$$

$$\sigma(4) = 3$$

$$\sigma(3) = 2$$

$$\sigma(1) = 1$$

$$\sigma(p) = 2$$

$$\sigma(5) = 1, 5$$

$$\sigma(4) = 1, 2, 4$$

$$\sigma(3) = 1, 3$$

$$\sigma(1) = 1$$

$$\sigma(p) = 1, p \quad p \text{ أولي}$$

ذلك تم فتح  $\sigma$  مع عدد القواسم

$$\sigma(n) = \sum_{d|n} 1$$

ملاحظة: يمكن تعريف دالة  $\sigma$

يسمى دالة الدالة  $\sigma$  دالة هزبية.   
 **البيان:** إذا كانت  $f(d)$  أي كانت  $f(d)$  دالة هزبية تمامًا، فإن

$$f(1) = 1$$

$$f(d_1, d_2) = 1$$

$$f(d_1, f(d_2)) = 1.1 = 1$$

$$\Rightarrow f(d_1, d_2) = f(d_1) \cdot f(d_2)$$

لكن نعلم أنه إذا كانت  $f(d)$  دالة هزبية فإن الدالة المعرّفة مع المتواليات

$$F(n) = \sum_{d|n} f(d)$$

دالة هزبية أيضًا.

وهو تم تكون الدالة المعرّفة  $\sigma(n) = \sum_{d|n} 1$  دالة هزبية.

حساب الدالة  $\sigma$ 

**نقاش:** ①  $n = p^\alpha$  ،  $p$  عدد أولي و  $1 < \alpha$

$$1, p, p^2, \dots, p^{\alpha-1}, p^\alpha$$

فإن قواسم  $n$  للوجبة  $\sigma$  فقط  $\sigma$ :

و واضح أن عددها  $\alpha + 1$  أي

$$\sigma(p^\alpha) = \alpha + 1$$

نلاحظ: بشرط القواسم  
و عددها



$$n = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k}$$

① إذا كانت العبارة الثانوية لـ  $n$  هي:

$$\tau(n) = (x_1+1)(x_2+1) \cdots (x_k+1)$$

بما أن  $p_1, p_2, \dots, p_k$  أولية نسبياً فتكون  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$  أولية نسبياً فتكون  $x_1, x_2, \dots, x_k$  دالة هربسيت فيكون:

$$\begin{aligned} \tau(n) &= \tau(p_1^{\alpha_1}) \cdot \tau(p_2^{\alpha_2}) \cdots \tau(p_k^{\alpha_k}) \\ &= (x_1+1) \cdots (x_k+1) \end{aligned}$$

$$\tau(n) = \prod_{i=1}^k (x_i+1)$$

$$\tau(63) = \tau(3^2 \cdot 7^1)$$

$$= (2+1)(1+1) = 6$$

والدالة

{6, 3, 2, 7, 9, 3, 7, 3, 7, 3, 7, 3, 7}

تداسم 6

تعريف الدالة  $\omega$ :  $\omega$  دالة حسابية تقابل العدد الصحيح الموجب  $n$  بـ مجموع التراكيم للرهبية المختلفة للعدد  $n$ .

$$\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$\omega(12) = 6$$

$$\begin{aligned} \omega(12) &= 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12 \\ &= 28 \end{aligned}$$

$$\tau(12) = \tau(2^2 \cdot 3) = (2+1)(1+1) = 6$$

$$\omega(1) = 1$$

$$\omega(2) = 3$$

$$\omega(3) = 4$$

$$\omega(4) = 1 + 2 + 4 = 7$$

$$\omega(p) = 1 + p$$

$$\tau(p) = 2$$

$$\omega(n) = \sum_{d|n} d = \sum_{d|n} f(d) \text{ و } f(d) = d$$

وبشكل عام إذا كان  $\omega$  دالة هربسيت

التمديدات هي دالة ضربية.

صحة الدالة المبرنة بالعلية  $f(d) = d$  لكل  $d$  في دالة ضربية تمامًا، حيث:

$$f(1) = 1$$

$$f(d_1 \cdot d_2) = d_1 \cdot d_2$$

$$= f(d_1) \cdot f(d_2)$$

في ضربية دون  $f$  الدالة للبرنة مع التوا  
تكون دالة ضربية.

$$\omega(n) = \sum_{d|n} d = \sum_{d|n} f(d)$$

حساب  $\omega(n)$

نأخذ  $n = p^x$  و  $p$  أولي و  $x \in \mathbb{Z}$

إن قوام  $n = p^x$  في فقط  $p$  بارض:

$$1, p, p^2, \dots, p^{x-1}, p^x$$

و نتم:

$$\omega(n) = 1 + p + p^2 + \dots + p^{x-1} + p^x$$

وهذه متسلسلة هندسية أساسها  $(p)$  وعدد حدودها  $(p^x)$  أو عدد الحدود (1)

و نتم يكون مجموعها:

$$\omega(n) = \frac{1 - p^{x+1}}{1 - p}$$

نجد متسلسلة هندسية

$$= \frac{p^{x+1} - 1}{p - 1}$$

إذا كانت العبارة القاسونية  $n$  في:

$$n = p_1^{x_1} \cdot p_2^{x_2} \dots p_k^{x_k}$$

$$\omega(n) = \prod_{i=1}^k \frac{p_i^{x_i+1} - 1}{p_i - 1} = \prod_{i=1}^k \frac{1 - p_i^{x_i+1}}{1 - p_i}$$

في  $p_1, p_2, \dots, p_k$  أولية متباعدة متتالية:

$$\omega(n) = \omega(p_1^{x_1}) \cdot \omega(p_2^{x_2}) \dots \omega(p_k^{x_k})$$

$$= \frac{p_1^{x_1+1} - 1}{p_1 - 1} \cdot \frac{p_2^{x_2+1} - 1}{p_2 - 1} \dots \frac{p_k^{x_k+1} - 1}{p_k - 1}$$

بعض النماذج البسيطة

① إذا كان  $p$  عدد أولي نحصل

$$\omega(p) = \frac{p^2-1}{p-1} = \frac{(p-1)(p+1)}{p-1} = p+1$$

$$\omega(180) = \omega(2^2 \cdot 3^2 \cdot 5)$$

$$= \frac{2^2-1}{2-1} \cdot \frac{3^2-1}{3-1} \cdot \frac{5^2-1}{5-1}$$

$$= 7 \cdot 4 \cdot 6 = 546$$

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 1 \\ 1 & \end{array}$$

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\sigma(180) = (\alpha_1+1)(\alpha_2+1)(\alpha_3+1)$$

$$= (2+1)(2+1)(1+1) = 18$$

② ملاحظة ان الدالت  $\sigma$  و  $\omega$  ليست ضربيتين تمامًا، فهي:

$$\sigma(20) = \sigma(2 \cdot 10) \quad \sigma(2) \sigma(10) = 2 \cdot 4 = 8$$

$$\sigma(20) = \sigma(2^2 \cdot 5) = (2+1)(1+1) = 6$$

$$\sigma(2 \cdot 10) \neq \sigma(2) \sigma(10)$$

أمثلة

فذلك  $\omega$  ليست ضربية تمامًا، هي التكملة لها ضربية.

$$\omega(20) = \omega(2^2 \cdot 5) = \frac{2^2-1}{2-1} \cdot \frac{5^2-1}{5-1} = 7 \cdot 6 = 42$$

$$\omega(2) \cdot \omega(10) = 3 \cdot 18 = 54$$

غير متساويتين، فهي ليست ضربية تمامًا.

③ توزيع ديفين أشياء جدار التراكب الموزعة المختلفة للعدد  $n \geq 1$  يساوي  $p(n)$ 

$$\prod_{d|n} d = (n) = \sqrt{n}^{p(n)}$$



إذا كانت  $d$  قاسماً لـ  $n$  فإن  $n = d \cdot d'$

ولما كان عدد التواكُم الموجبة لـ  $n$  يساوي  $\tau(n)$  ومن ثم يكون لدينا عدد من العلاقات بهذا النوع.

$$\tau(n) = \prod_{d|n} d \cdot \prod_{d'|n} d'$$

(\*)

حيث  $d$  يقسم  $n$  و  $d'$  يقسم  $n$ .  
وبذلك إذا قسمنا  $d$  مع قواسم  $n$  فإن  $d'$  تسبق أيضاً مع قواسم  $n$ .  
وبالتالي هذه العملية \* تكسب:

$$\prod_{d|n} d' = \prod_{d|n} d$$

أي أن:

$$\tau(n) = \left( \prod_{d|n} d \right)^2 \Rightarrow \prod_{d|n} d = \sqrt{\tau(n)} = n^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\tau(n)}{n} = \sum_{d|n} \frac{1}{d} \quad \text{أي} \quad \tau(n) = n \cdot \sum_{d|n} \frac{1}{d}$$

إدراكاً مع بالترتيب إن:

$$\tau(n) = \sum_{d|n} d = \sum_{d|n} \frac{n}{d}$$

وبذلك مع قواسم  $n$  الموجبة  $d$ .

$$d_1, d_2, \dots, d_k$$

$$\tau(n) = \frac{n}{d_1} + \frac{n}{d_2} + \dots + \frac{n}{d_k}$$

$$= n \left( \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + \dots + \frac{1}{d_k} \right)$$

$$\tau(n) = n \cdot \sum_{d|n} \frac{1}{d}$$

لذلك أصلاً: أولية العدد الصحيح  $n$  الذي تحت العددية الأولية:

$$\tau(10n) = 10$$

$$10 = 2 \cdot 5$$

فهذه أعداد محددين أوليين لذا فإن  $10n$  يلزم أن يكون  $n$  عدد

$$10n = 2^\alpha \cdot 5^\beta$$

$$\tau(10n) = (\alpha+1)(\beta+1) \geq 10 = 2 \cdot 5$$

أي

$$\beta + 1 = 5 \quad \alpha + 1 = 2$$

$$\beta = 4 \quad \alpha = 1$$

وحدة البناء  
فئة ثنية

$$\Rightarrow 10n = 2^1 \cdot 5^4$$

$$\Rightarrow n = 5^3 = 125$$

٢

$$\alpha + 1 = 5 \quad \beta + 1 = 2$$

$$\Rightarrow \beta = 1 \quad \alpha = 4$$

$$10n = 2^4 \cdot 5^1 \Rightarrow n = 2^3 = 8$$

تمرين ٢ نقول من العدد الصحيح  $n$  انه كامل الاكتمال اذا كان  $\omega(n) = 2n$

أعطيكم عدد من كاهن مملو من

$$n = 6 \Rightarrow \omega(6) = 12$$

$$\omega(6) = 2 \cdot 6$$

$$n = 28 \Rightarrow \omega(28) = 2 \cdot 28 = 56$$

يقال من العدد انه زائد اذا كان  $\omega(n) > 2n$

ويقال انه ناقص اذا كان  $\omega(n) < 2n$

ويقال ان العددين  $n$  و  $m$  متماثلان اذا كان

$$\omega(n) = \omega(m) = n + m$$

ان العددين 284 و 220 عدداً متماثلان

وهذه المعادلات عدداً من الاعداد الكاملة (تامة) وكلها زوجية ولكن اياها

تبقى اثنان فقط لا يوجد عدد كامل فردي

تسمى الاعداد من الشكل

$$M_k = 2^k - 1 \quad k \geq 2$$

(Mersenne Number) اعداد ميرسين



رتبة العدد الأولية ذات الشكل

$$M_p = 2^p - 1 \text{ من أوليات ميرسين}$$

نوع دالة ميريس

$$M(n) = \begin{cases} 1 & \text{و } n=1 \\ 0 & \text{إذا كان العدد أولي } p \text{ حيث } p \text{ زوجي } n \\ (-1)^r & \text{و } n = p_1 \cdot p_2 \cdots p_r \end{cases}$$

$p$  العدد  $p^2 | n$

$$3 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$M(30) = (-1)^3 = -1$$

$$M(10) = M(2 \cdot 5) = (-1)^2 = 1$$

$$M(12) = M(2^2 \cdot 3) = 0$$

يرسم دالة ميريس

نوع دالة ليونيك

$$\lambda(n) = \begin{cases} 1 & \text{و } n=1 \\ (-1)^{a_1 + a_2 + \cdots + a_r} & \text{و } n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \cdots p_r^{a_r} \end{cases}$$

نوع البنية

دالة ميريس ودالة ليونيك  
في عالمي هاتين  
مقطعة على الإطلاق

# الفصل الرابع والاربعون

## الجذور الأولية والمؤلفة

تسمية مرتبة العدد  $a$  بالمقام  $m$  أو بالمرتبة التي يقيسها العدد الصحيح  $a$  بالمقام  $m$ .  
 حيث  $d(a, m) = 1$   $a$  من عدد صحيح موجب  $k \neq 0$  بحيث  $a^k \equiv 1 \pmod{m}$ .

وبذلك عندئذ  $k$  هو ذلك أدنى أو (ذلك العدد  $a$  بالمقام  $m$ ) ويكتب:  
 $k = \text{Ind}_m a$   $\text{Ind}_m a \pmod{m}$

مثلاً على مرتبة 2 بالمقام 7

$$2^2 \equiv 4 \pmod{7}$$

$$2^3 \equiv 1 \pmod{7}$$

أي أن مرتبة 2 بالمقام 7 تساوي 3

$$\text{Ord}_7 2 = 3 \quad \text{و} \quad \text{Ord}_5 5 = 2 \quad \leftarrow \boxed{5^2 \equiv 1 \pmod{5}}$$

$$\text{ord}_{14} 3 = 6$$

$$3^2 \equiv 9 \pmod{14}$$

$$3^3 \equiv 13 \pmod{14}$$

$$3^4 \equiv 11 \pmod{14}$$

$$3^6 \equiv 1 \pmod{14}$$

مبرهنة: إذا كانت مرتبة أولية العدد الصحيح  $a$  بالمقام  $m$  تساوي  $k$

$$a^k \equiv 1 \pmod{m} \Rightarrow k \mid S$$

أيضاً  $\Rightarrow$  إذا كانت  $k \mid S$  فإن  $S = k \cdot K$  ومن ثم:

$$a^S = (a^k)^K \equiv (1)^K \pmod{m} \equiv 1 \pmod{m}$$

إذا كانت  $S$  عدداً صحيحاً يثبت  $a^S \equiv 1 \pmod{m}$  حيث هذا التطابق فسيب

فوارضية القسمة حيث:

$$S = q \cdot k + r \quad \text{و} \quad 0 \leq r < k$$

$$a^S = (a^k)^q, a^r \equiv 1 \pmod{m}$$

دعنا

$$\rightarrow a^r \equiv 1 \pmod{m}$$

دعنا نعرف الرتبة لـ  $k$  أصغر عدد صحيح موجب يحقق هذا النظام يجب أن يكون  $r=5$  ومنه نجد  $S=9, k$  و  $K=5$

نتذكر إذا كانت  $a$  مرتبة  $a$  بالمقاس  $m$  فإن  $k$  فقط تقسم  $g(m)$   $K \mid g(m)$  ونعلم أن مبرهنة أويلر

$$a^{g(m)} \equiv 1 \pmod{m}$$

إذا كان  $d \mid (a, m) = 1$  حسب المبرهنة السابقة يجب أن يكون

$$K \mid g(m)$$

$$K = \text{ord}_m a$$

لنبت عن مرتبة  $a$  بالمقاس  $m$  يمكن أن نبحث بين قواسم  $g(m)$  حيث  $g(m)$  هو عدد العدد العدد النسبية مع  $m$  موجبة وأصغر من  $m$ .

مثال 2 إذا أردنا أن نبحث عن

$$g(13) = 12$$

نلاحظ  $g(13)$  :

$$\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

قواسم  $13$

$$2^2 \equiv 4 \pmod{13}$$

$$2^3 \equiv 8 \pmod{13}$$

$$2^4 \equiv 3 \pmod{13}$$

$$2^6 \equiv 12 \pmod{13}$$

$$2^{12} \equiv 1 \pmod{13}$$

$$a^{g(m)} = 1$$

$$\text{ord}_{13} 2 = 12 = g(13)$$



لذلك فإن من ثغرات عدد (2) أنه جذر أولي أو أصغر للعدد (13) وسنجد ما  
 يتعدى عن العدد  $a$  أنه جذر أولي للقياس  $m$  فإذا وقع، إذا كانت:  
 $\text{ord}_m a = \varphi(m)$   
 السؤال بين إذا كانت العدد ( ) جذر أولي أو غير جذر أولي.

ملاحظة: إذا كانت مرتبة  $a$  للقياس  $m$  تساوي  $K$   
 $a^t \equiv a^s \pmod{m}$   
 $t \equiv s \pmod{K}$  إذا وضعت إذا.

$$a^t \equiv a^s \pmod{m} \quad \text{البرهان} \Rightarrow \text{نفرص أن } t \geq s$$

نفرص أن  $t \geq s$

دعنا دالم  $d(a, m) = d$  فيمكن الافتراض  $a^s$  ويكون  
 $a^{t-s} \equiv 1 \pmod{m}$

$$K \mid (t-s)$$

صحب المبرهنة 11

$$\Rightarrow t \equiv s \pmod{K}$$

$\Rightarrow$  نفرص أن  $t \equiv s \pmod{K}$  كالتبسيط  $a^t \equiv a^s \pmod{m}$   
 صحب قوانينية القسمة  $K \mid (t-s)$

$$t = Kq + s$$

دعنا نرى:

$$a^t = (a^K)^q \cdot a^s \equiv a^s \pmod{m}$$

ننتج 1) إذا كانت مرتبة  $a$  بالقياس  $m$   $K \leq m$   
 $a = a^2, a^3, \dots, a^{K-1}, a^K$   
 فإن الأساس  
 تكون فيه علاقة بالقياس  $m$

2) إذا كانت مرتبة  $a$  بالقياس  $m$   $K \leq m$   
 فإن مرتبة

$$\text{ord}_m a^s = \frac{\text{ord}_m a}{\gcd(s, \text{ord}_m a)}$$

$$\text{ord}_m a^s = \frac{\varphi(m)}{\gcd(s, \varphi(m))}$$

مبرهنة دوريرهام إذا وجد جذر أولي للعدد  $m$  وكانت هذا الجذر هو  $a$   
أي أن  $a^m \equiv 1 \pmod{m}$

فإن العدد  $m$  يوجد  $(\phi(m))$  جذراً أولياً.

بشكل إذا كانت  $p$  عدداً أولياً و  $r$  جذراً أولياً للعدد  $p$  أي أن،  
 $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$

فإن عدد الجذور الأولية للعدد  $p$   $\phi(p-1)$

مثلاً إذا كانت  $p=7$  فإن  $\phi(7)=6$  و  $\phi(6)=2$  هنا يوجد عدداً أولية هي 2 و 3  
ومن ثم للعدد 7 جذران أوليان هما 2 و 3

تأكد بالبرهان

نهاية المحاضرة



وفلصنا المقرر

